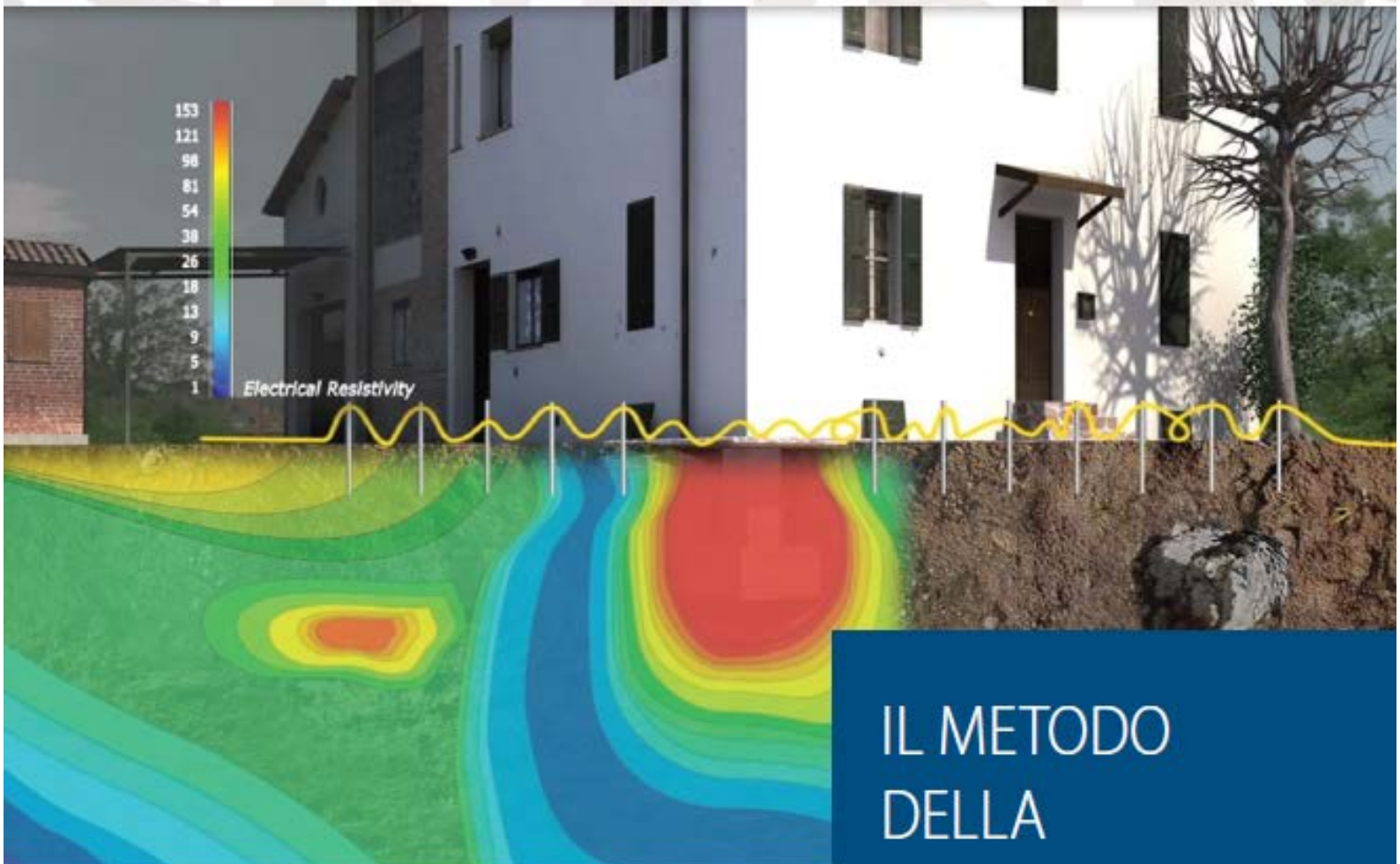


# I quaderni del consolidamento del terreno con resine espandenti

GEOSEC



IL METODO  
DELLA  
TOMOGRAFIA DI  
RESISTIVITA'  
ELETTRICA

 **GEOSEC**

NUMERO  
**1**

# IL METODO DELLA TOMOGRAFIA DI RESISTIVITA' ELETTRICA.

Francesco LODDO<sup>1</sup> - Marco OCCHI<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Geotech s.r.l., Cagliari - Italy

<sup>2</sup> Geosec s.r.l., Parma - Italy

## 1. Resistività dei Materiali

Le rocce ed i materiali litoidi (mattoni, calcestruzzi), in quanto aggregati di minerali sono isolanti rispetto alla conduzione della corrente elettrica. Nella realtà le imperfezioni nel reticolo cristallino, il grado di fatturazione e la porosità, con presenza d'acqua e ioni in soluzione, rendono possibile la circolazione della corrente in presenza di un campo elettrico.

Le proprietà elettriche dei materiali dunque variano sulla più ampia gamma dei parametri petrofisici quali: struttura, tessitura, temperatura, contenuto d'acqua, concentrazione e composizione chimica dei fluidi presenti, etc.

La resistenza che un corpo oppone al passaggio della corrente elettrica è legata alle sue dimensioni, più precisamente all'area della sezione "S" ed alla lunghezza "l", dalla *Resistività Elettrica*  $\rho$  o conducibilità  $\sigma=1/\rho$  ed è descritta dalla **legge di Ohm**:

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S} \quad (1)$$

che può essere esplicitata:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = R \frac{S}{l} \quad (2)$$

Dalla legge di Ohm (1) risulta in via del tutto generale che la misura della resistività elettrica di un materiale

può essere realizzata indirettamente tramite la misura di una differenza di potenziale, nota l'intensità di corrente elettrica I e le dimensioni del mezzo conduttore. I metodi d'indagine che sfruttano la propagazione dei campi elettrici ed elettromagnetici risultano pertanto quelli maggiormente sensibili alle variazioni della resistività elettrica. La grande varietà di tecniche di indagine basate su questi campi di forze sfugge ad una semplice classificazione, sebbene possano essere caratterizzate in base alla loro frequenza di funzionamento, all'origine della sorgente, al tipo di segnale ed al modo in cui le sorgenti e i ricevitori sono accoppiati con il terreno. La gamma di frequenze del segnale varia da pochi Hz nei metodi di resistività a corrente continua passando fino all'ordine delle decine di kHz nei metodi elettromagnetici in dominio di frequenza e di tempo. In particolare distinguiamo Metodi Passivi che sfruttano campi creati da fenomeni naturali, quali ad esempio le correnti telluriche, e Metodi Attivi basati su tecniche di generazione di segnali necessari per "illuminare" il sottosuolo. L'immissione del segnale nel terreno può avvenire attraverso contatti galvanici realizzati tramite elettrodi infissi sulla superficie o attraverso l'induzione di campi elettromagnetici con l'utilizzo di bobine a filo appoggiate.

Nel loro insieme tali possibilità si traducono nella maggiore varietà di tecniche di indagine rispetto a qualsiasi altro metodo di prospezione, ma nel prosieguo verranno considerati solamente i Metodi Elettrici di Resistività in Corrente Continua.

La conduzione elettrica nel sottosuolo è prevalentemente elettrolitica, grazie alla dislocazione di ioni e sali disciolti. La variazione della resistività elettrica in funzione del contenuto volumetrico d'acqua è stata studiata inizialmente nella ricerca petrolifera, ove già nel 1942 Archie propose una relazione empirica per un mezzo saturo e privo di elementi argillosi (Archie, 1942):

$$F = \frac{\rho}{\rho_w} = a\phi^{-m} S^{-n} \quad (3)$$

dove F è chiamato “Fattore di Formazione” della roccia,  $\phi$  è la porosità,  $\rho$  e  $\rho_w$  rappresentano la resistività della roccia e del fluido, S è il grado di saturazione, a, m ed n sono coefficienti sperimentali legati alla saturazione e alla cementazione della roccia. Questa relazione (3) è stata utilizzata con successo per la stima del contenuto volumetrico d’acqua in numerosi studi (Binley et al., 2002; Zhou et al., 2001). Una relazione lineare fu poi proposta da Gupta e Hanks 1972 e Goyal et al., 1996:

$$\rho_{(z,t)} = a + b\theta_{(z,t)} \quad (4)$$

dove a e b sono delle costanti empiriche quali: porosità, temperatura, salinità. Per la descrizione della resistività della matrice solida nelle rocce a tessitura fine, Roades et al., 1976b modificarono la relazione (4):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_w} (a\theta^2 + b\theta) + \frac{1}{\rho_s} \quad (5)$$

dove  $\rho_w$  e  $\rho_s$  rappresentano la resistività dell’acqua e della matrice solida, a e b sono coefficienti dipendenti dalle caratteristiche della fase solida e  $\theta$  è il contenuto volumetrico d’acqua. Kalinski e Kelly (1993) applicarono la relazione e determinarono il contenuto volumetrico d’acqua nei suoli aventi il 20% di contenuto di argilla con un errore stimato dello 0.009% su un contenuto d’acqua variabile dal 20 al 50%. Si osservò anche in seguito che per contenuti d’acqua < 15% i valori di resistività diminuiscono rapidamente al crescere del contenuto d’acqua (McCarter, 1984; Michot et al., 2000; Fukue et al., 1999). La resistività elettrica delle rocce mostra ampia variabilità in un grande intervallo di valori, Lamotte et al., 1994 infatti studiarono due terreni coltivati di analoga composizione osservando però differenti valori di resistività. Ai valori più alti corrispondeva un terreno costituito da microaggregati argillosi in una matrice sabbiosa, mentre per valori più bassi a grani di sabbia cementati in una matrice argillosa. Gao et al.,

2003 su 25 campioni d’argilla prelevati in varie località del mondo misurarono valori di resistività sempre compresi tra 1 e 12 Ohm\*m.

Se i pori non sono connessi tra loro non possono esistere percorsi di conduzione della corrente elettrica, ossia la bassa permeabilità si traduce in alte resistività della roccia. Un tipico esempio di roccia porosa, poco permeabile e altamente resistiva è infatti il basalto. Oltre che in relazione al contenuto d’acqua e alla composizione dei materiali, la resistività elettrica varia al variare della composizione dei fluidi in essi contenuti. La conducibilità dipende dalla concentrazione dei sali e dalla viscosità dell’acqua (Scollar et al., 1990). Finché i sali sono in forma ionica è la quantità d’acqua a governare la conduzione di corrente elettrica nei suoli.

Kalinski e Kelly, 1993 stimarono infatti il contenuto d’acqua utilizzando l’equazione precedente (3).

Si osservò che i differenti tipi di ioni presenti nella soluzione ( $H^+$ ,  $OH^-$ ,  $SO_4^{-2}$ ,  $Na^+$ ,  $Cl^-$ ) non influenzarono alla stessa maniera la conducibilità per le differenti proprietà di mobilità degli ioni.

Questo ha spiegato perché soluzioni aventi stessa concentrazione, ma differente composizione ionica possono mostrare differenti valori di conducibilità elettrica.

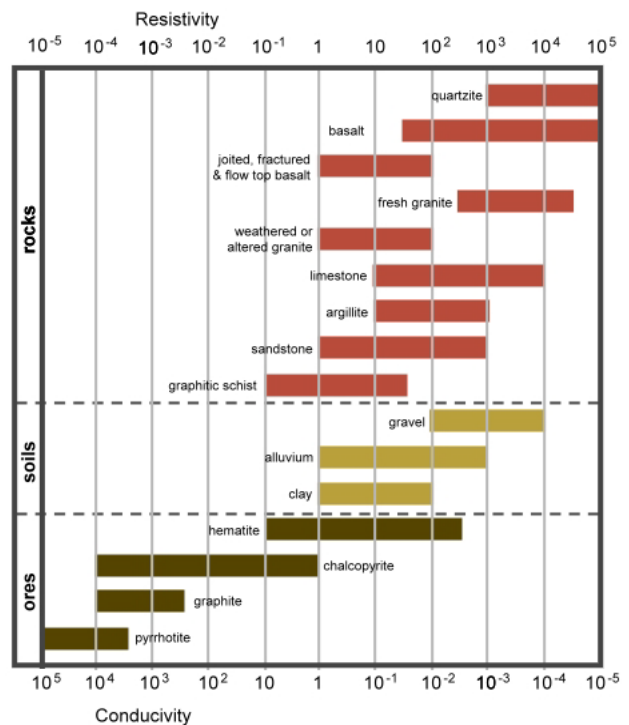


Figura 1 – Valori di resistività per i tipi di rocce più comuni (Ward, 1990a).

Lo studio del contrasto di resistività tra mezzi saturi di acqua dolce e salata ha dato vita a numerosi studi sull'intrusione marina nelle zone costiere (Yaramanci, 2000, Abu Zeid & Santarato, 2004).

All'aumentare della temperatura infatti aumenta l'agitazione degli ioni e si riduce conseguentemente la viscosità dei fluidi. Ecco perciò che all'aumentare della temperatura diminuisce la resistività. Da esperimenti condotti in laboratorio su 30 campioni di suolo a composizione salina e alcalina Campbell et al., 1948 mostrò che la conducibilità aumenta del 2,02% per grado °C a temperature comprese tra 15 e 35 °C. Possono essere perciò calcolate le correzioni finalizzate ad esprimere la conducibilità/resistività rispetto alla temperatura standard di 25°C:

$$\sigma_t = \sigma_{25^\circ C} [1 + \alpha (T - 25^\circ C)] \quad (6)$$

dove  $\sigma_t$  è la conducibilità alla temperatura dell'esperimento,  $\sigma_{25^\circ}$  è la conducibilità a 25°C e  $\alpha$  è un fattore di correzione pari al 2.02%. Nel 1949 la relazione venne validata grazie agli esperimenti condotti su 13 tipi di terreno di differenti tessiture da Colman e Hendrix. I risultati ottenuti concordano infine anche con le relazioni utilizzate per la correzione degli effetti della temperatura nelle carte di Schlumberger (Schlumberger, 1989).

## 2. Metodi elettrici in corrente continua

I fenomeni di propagazione dei campi elettrici e la loro definizione da un punto di vista analitico sono fondamentali per un corretto approccio allo studio e all'utilizzo delle tecniche geofisiche di tipo Geoelettrico. Nei metodi elettrici di resistività in corrente continua vengono utilizzate correnti alternate a frequenze molto basse e tali da poter trascurare gli effetti elettro-magnetici (Keller e Frischknecht, 1966; Telford et al., 1990).

Le equazioni di Maxwell pertanto si riducono a:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = Q \quad (8)$$

dove  $\vec{E}$  è il vettore campo elettrico [V/m],  $\vec{D}$  è il vettore spostamento elettrico,  $Q$  è la densità di carica volumetrica. Considerando le proprietà conservative del campo elettrico espresse da:

$$\vec{E} = -gradV \quad (9)$$

e dalla legge di Ohm nella sua formulazione vettoriale si avrà:

$$\vec{J} = -\sigma gradV = -\frac{1}{\rho} gradV \quad (10)$$

dove  $\vec{J}$  è il vettore densità di corrente.

Considerando che la divergenza del vettore densità di corrente  $J$  è equivalente al tasso di accumulazione della densità di carica elettrica  $Q$  e che durante un flusso di corrente elettrica, nei materiali con conducibilità elettrica finita, non si ha accumulo di carica elettrica ( $Q = 0$ ), si arriva alla definizione dell'equazione di Laplace per un mezzo omogeneo ed isotropo:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (11)$$

L'integrazione dell'equazione di Laplace diviene fondamentale per il calcolo delle grandezze utilizzate in tutti i metodi elettrici di resistività in corrente continua. Nella pratica la misura della differenza di potenziale viene realizzata immettendo nel sottosuolo, o nei materiali in genere, un regime di corrente elettrica tramite due elettrodi (A, B) e misurando in opportuni punti la differenza di potenziale generata in prossimità di altri due elettrodi (M, N) posti sulla superficie del mezzo indagato.

### 2.1 Elettrodi su semispazi omogenei ed isotropi: il potenziale elettrico

In un mezzo omogeneo ed isotropo, infinitamente esteso, l'equazione di Laplace (11) in coordinate sferiche, considerando la simmetria sferica del problema per una sorgente di corrente puntiforme, si riduce a:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

la cui soluzione generale è del tipo:

$$V = \frac{A}{r} + B \quad (13)$$

Il calcolo delle costanti A e B deriva dalle condizioni al contorno. Si ha infatti che per

$$r \rightarrow \infty \Rightarrow V = 0 \Rightarrow B = 0$$

Inoltre, per la simmetria sferica, la corrente di intensità I fluisce dalla sorgente radialmente in tutte le direzioni. La corrente totale che attraversa una superficie sferica centrata nella sorgente è data da:

$$I = 4\pi r^2 J \quad (14)$$

$$J = -\sigma \frac{dV}{dr} \quad (15)$$

$$I = -4\pi\sigma a \quad (16)$$

$$a = -\frac{I\rho}{4\pi} \quad (17)$$

Perciò il potenziale elettrico in un punto distante r dalla sorgente sarà:

$$V = \frac{I\rho}{4\pi r} \quad (18)$$

Nelle applicazioni pratiche le sorgenti sono poste sulla superficie del terreno pertanto il modello che meglio approssima tale situazione è un semispazio omogeneo ed isotropo. Considerando la sorgente posta sulla superficie del terreno e il mezzo soprastante costituito dall'aria, la corrente fluisce nel terreno attraverso una superficie emisferica centrata sulla sorgente e risulterà:

$$I = 2\pi r^2 J \quad (19)$$

Il potenziale sarà quindi:

$$V = \frac{I\rho}{2\pi r} \quad (20)$$

Il passo successivo è rappresentato dall'analisi del potenziale risultante in un qualsiasi punto M posto rispettivamente ad una distanza  $r_1$  ed  $r_2$  dalla sorgente costituita da due elettrodi A e B in cui una corrente elettrica di intensità I fluisce da A verso B ( $I = I_1 = -I_2$ ):

$$V_M^{(A)} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r_{AM}} \quad (21)$$

$$V_M^{(B)} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r_{BM}} \quad (22)$$

$$V = V_M^{(A)} + V_M^{(B)} = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} \right) \quad (23)$$

La differenza di potenziale tra due punti M e N posti sulla superficie del mezzo (Figura 2) sarà data da:

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} - \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}} \right) \quad (24)$$

Nota la differenza di potenziale, la resistività elettrica sarà semplicemente:

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} 2\pi \frac{1}{\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} - \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}}} = \frac{\Delta V}{I} K \quad (25)$$

dove K è una costante chiamata "Fattore Geometrico", dipendente dalla disposizione degli elettrodi.



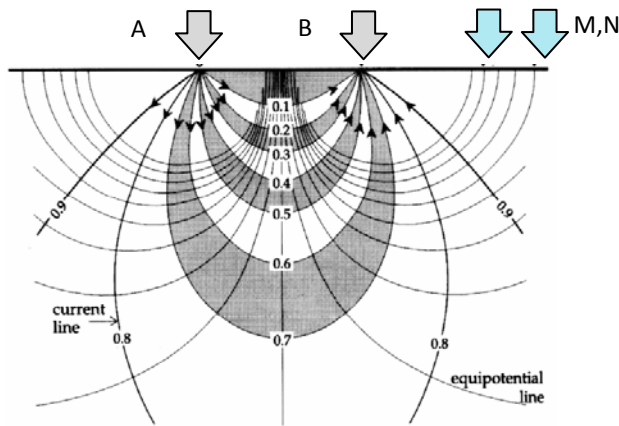


Figura 2 – Distribuzione delle linee di corrente e di potenziale in un semispazio omogeneo ed isotropo.

**2.2 Elettrodi su semispazi eterogenei: mezzi stratificati.**

In realtà però sappiamo che il sottosuolo non è un mezzo omogeneo ed isotropo, ma è costituito da materiali eterogenei che si alternano nelle tre dimensioni dello spazio e che sono caratterizzati da diverse proprietà elettriche.

Per poter approssimare in maniera più fedele la realtà è perciò necessario considerare il calcolo del potenziale per un mezzo eterogeneo stratificato.

**2.2.1 Distorsione del flusso**

In un mezzo stratificato è necessario analizzare il comportamento del flusso di corrente e del potenziale al passaggio tra strati caratterizzati da diverse proprietà elettriche. Per la continuità del campo elettrico, sulla superficie di discontinuità tra due o più strati di resistività  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ , saranno continue le componenti normali della densità di corrente  $J_{n1}, J_{n2}, \dots, J_{nm}$  e le componenti tangenziali del campo elettrico  $E_{t1}, E_{t2}, \dots, E_{tm}$ . Per un mezzo a due strati di resistività  $\rho_1, \rho_2$ , dalla legge di Ohm si ha:

$$J_{n1} = J_{n2} \tag{26}$$

$$E_{t1} = \rho_1 J_{t1}; \quad E_{t2} = \rho_2 J_{t2} \tag{27}$$

da cui

$$\rho_1 \frac{J_{t1}}{J_{n1}} = \rho_2 \frac{J_{t2}}{J_{n2}} \tag{28}$$

$$\rho_1 \operatorname{tg} \theta_1 = \rho_2 \operatorname{tg} \theta_2 \tag{29}$$

ed infine, la relazione:

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{30}$$

che descrive come varia la direzione delle linee di corrente durante il passaggio tra due strati caratterizzati da diverse proprietà elettriche. Il calcolo del potenziale può essere condotto tramite la soluzione dell'equazione di Laplace (11).

**2.2.2 Distorsione del potenziale**

In un mezzo omogeneo ed isotropo di resistività  $\rho_1$  il potenziale in un punto P dovuto ad una sorgente A è dato dall'espressione (23). In presenza di un secondo strato di resistività  $\rho_2$  si considera l'effetto della sorgente A e della sua immagine A' rispetto all'interfaccia di separazione dei due strati.

Nel punto P posto nello strato di resistività  $\rho_1$  si tiene conto perciò della frazione k riflessa dall'immagine A'

$$V_p = \frac{I \rho_1}{4\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) \tag{31}$$

In un punto P' nello strato di resistività  $\rho_2$  si tiene conto della frazione trasmessa dalla sorgente A:

$$V_{p'} = \frac{I \rho_2}{4\pi} \left( \frac{1-k}{r_3} \right) \tag{32}$$

Poiché il campo di potenziale è conservativo, sull'interfaccia i potenziali elettrici devono essere uguali con  $r_1 = r_2 = r_3 = r$  e  $V_p = V_{p'}$ .

Si avrà quindi:

$$\frac{I \rho_1}{4\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{k}{r} \right) = \frac{I \rho_2}{4\pi} \left( \frac{1-k}{r} \right) \tag{33}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1-k}{1+k} \quad (34)$$

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (35)$$

Dove  $k$  è detto *Coefficiente di Riflessione* e può variare tra -1 e 1 a seconda dei valori assunti da  $\rho_1$  e  $\rho_2$ .

### 2.2.3 Elettrodi su un mezzo ad "n" strati: Equazione di Laplace

Il calcolo del potenziale in un mezzo ad n strati può essere condotto anche analiticamente tramite la soluzione dell'equazione di Laplace. Si consideri un mezzo ad n strati ed un elettrodo posto sulla superficie. Il potenziale per ciascuno strato sarà il risultante del contributo di un potenziale primario e di un potenziale secondario indotto dallo strato stesso:

$$\begin{aligned} V^{\rho_1} &= V_p + V_{S_1} \\ V^{\rho_2} &= V_p + V_{S_2} \\ &\vdots = \vdots + \vdots \\ V^{\rho_n} &= V_p + V_{S_n} \end{aligned}$$

dove  $V^{\rho_1} \dots V^{\rho_n}$  indicano il potenziale negli strati di resistività  $\rho_1 \dots \rho_n$ ,  $V_p$  indica il potenziale primario,  $V_{S_1} \dots V_{S_n}$  indicano il potenziale secondario dovuto agli strati di resistività  $\rho_1 \dots \rho_n$ . Per un terreno ad n strati si potrà scrivere:

$$V^{\rho_1} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty k_{12\dots n} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (36)$$

dove:

$$k_{12\dots n} = \frac{1 - u_{12\dots n} e^{-2\lambda h_1}}{1 + u_{12\dots n} e^{-2\lambda h_1}} \quad (37)$$

$$u_{12\dots n} = \frac{\rho_1 - \rho_2 k_{23\dots n}}{\rho_1 + \rho_2 k_{23\dots n}} \quad (38)$$

$$k_{(n-1)n} = \frac{1 - u_{(n-1)n} e^{-2\lambda h_{n-1}}}{1 + u_{(n-1)n} e^{-2\lambda h_{n-1}}} \quad (39)$$

$$u_{(n-1)n} = \frac{\rho_{n-1} - \rho_n}{\rho_{n-1} + \rho_n} \quad (40)$$

e dove l'integrale esteso da zero ad infinito della funzione  $J_0$  nelle variabili  $(\lambda r)$  rappresenta la trasformata diretta di Laplace della funzione di Bessel del primo tipo di ordine zero.

## 3. La misura della resistività elettrica

### 3.1 La strumentazione di misura

La strumentazione necessaria per l'esecuzione di misure geoelettriche è così costituita:

- Un sistema energizzante, che può essere costituito semplicemente da una serie di batterie o da un generatore di corrente e dagli opportuni accessori per variare tensione e corrente;
- Un Amperometro, connesso in serie al circuito energizzante consente la misura della corrente immessa nel sottosuolo;
- Un Voltmetro, per la misura della differenza di potenziale;
- 4 elettrodi per l'immissione della corrente e la misura del potenziale;
- Cavi per il collegamento degli elettrodi ai dispositivi di misura.

I primi tre elementi costituiscono il Georesistivimetro, che rappresenta lo strumento vero e proprio. Diversi tipi di errori possono influenzare la misura durante l'acquisizione dei dati e per questo motivo gli elementi che costituiscono lo strumento devono possedere determinate proprietà. Per impedire o ridurre il fenomeno di polarizzazione degli elettrodi possono essere utilizzati segnali in corrente alternata a bassa frequenza (Christensen, 1986). Ad ogni misura lo strumento inverte la polarità degli elettrodi realizzando quello che viene chiamato "Ciclo di misura". L'amperometro deve essere caratterizzato da bassa impedenza interna, per minimizzare la sua influenza sulla misura e garantire un errore

strumentale inferiore all'1%. Poiché la corrente viene invertita per ridurre gli effetti di polarizzazione, deve essere a *zero centrale* e consentire la misura nell'ordine degli ampere con una sensibilità dell'ordine dei mA. Per attenuare disturbi provenienti dalla presenza di correnti telluriche di origine artificiale (linee elettriche) lo strumento è dotato di filtro a reiezione di banda a 50 Hz (standard europeo). In normali condizioni di accoppiamento elettrodo - terreno si utilizzano elettrodi in acciaio inossidabile. Se esistono particolari necessità, come la riduzione al minimo degli effetti di polarizzazione, possono anche essere utilizzati elettrodi "impolarizzabili"<sup>1</sup> al Cu - CuSO<sub>4</sub> o Pb - PbCl<sub>2</sub>. Detta  $\Delta V$  la differenza di potenziale reale e la  $\Delta V'$  quella misurata si ha:

$$\Delta V' = \frac{R_i}{R_i + R_m + R_n} \cdot \Delta V \quad (41)$$

dove  $R_i$  è l'impedenza interna del voltmetro,  $R_m$  e  $R_n$  sono le resistenze di contatto agli elettrodi. L'errore:

$$\varepsilon = \Delta V - \Delta V' \quad (42)$$

è perciò dato da:

$$\varepsilon = \frac{R_m + R_n}{R_i + R_m + R_n} \cdot \Delta V \quad (43)$$

Dalla (36) si deduce che in presenza di alte resistenze di contatto il potenziale misurato è sottostimato e aumenta quindi l'errore descritto nella (38). Il voltmetro perciò deve necessariamente avere alte impedenze d'ingresso per compensare il più possibile l'effetto delle resistenze di contatto. Per attenuare tale disturbo è possibile intervenire umidificando gli elettrodi o utilizzando elettrodi del tipo impolarizzabile. I cavi possono essere unipolari o multipolari, a seconda del numero di uscite del georesistivimetro, devono essere dotati di bassa resistenza Ohmica (<9 Ohm/km), elevato isolamento (>3 kV) e buona resistenza alla trazione. Una perdita di corrente dell'1% ad una distanza dal centro pari al 10%

di AB/2 comporta un errore nella determinazione del  $\Delta V$  anche del 50% (Carrara, Rapolla e Roberti, 1992).

### 3.2 Configurazioni elettrodiche

La misura della resistività elettrica si realizza posizionando sulla superficie del terreno i quattro elettrodi di cui due, indicati convenzionalmente con A e B, utilizzati per l'immissione della corrente elettrica e due, indicati convenzionalmente con M e N, per la misura della differenza di potenziale (Figura 3). Nel caso di un suolo omogeneo ed isotropo i valori di resistività ricavati corrispondono alla resistività vera del terreno. Nella realtà però questo non avviene a causa delle eterogeneità della natura del terreno e il valore di resistività misurato è detto "Apparente". Esso dipende da diversi fattori quali, ad esempio, la forma e la posizione dei mezzi rispetto alla quaterna degli elettrodi di misura. E' necessario perciò ricondurre la resistività apparente a valori reali del terreno attraverso la risoluzione del cosiddetto problema "inverso"<sup>2</sup>.

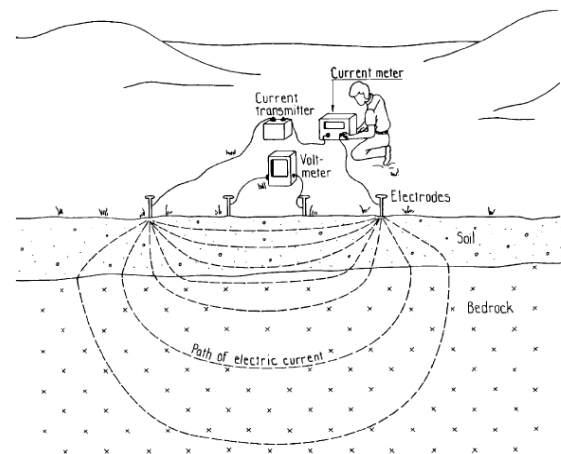


Figura 3 – Schema di acquisizione di dati elettrici di resistività in corrente continua (Dahlin, 2001).

Differenti disposizioni geometriche degli elettrodi offrono diverse prestazioni in termini di risoluzione verticale, profondità d'indagine, copertura laterale, rapporto segnale rumore. Le proprietà di ciascun quadripolo sono state ampiamente discusse in

<sup>1</sup> Sono costituiti da un recipiente a base porosa, nel quale viene posto un elettrodo metallico (Cu o Pb) e riempito dalla soluzione salina satura corrispondente.

<sup>2</sup> Il problema "inverso" consiste nel ricostruire la distribuzione, sconosciuta, della resistività elettrica nel sottosuolo, che ha dato origine ai dati di resistività apparente osservati; esso si contrappone al problema "diretto", che consiste nel calcolo della resistività apparente in un qualunque punto, per una data (conosciuta) distribuzione della resistività nel sottosuolo.



letteratura (Spiegel et al., 1980; Ward, 1990; Griffiths e Barker, 1993, Loke, 2001).

Le principali caratteristiche dei quadripoli più comunemente utilizzati sono sintetizzate nelle Figura 4 e 5. In passato e ancora oggi accade che la maggior parte degli studi e delle ricerche in materia si sono basati sulle applicazioni di queste configurazioni elettrodiche.

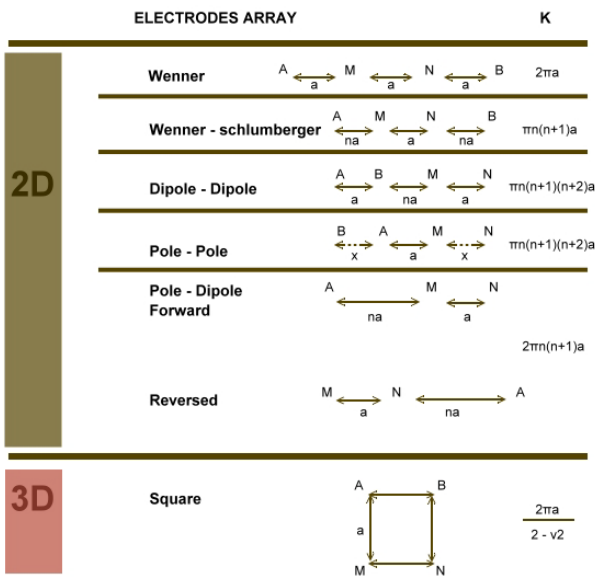


Figura 4 – Principali configurazioni elettrodiche e relativo coefficiente geometrico.

	WENNER	WENNER Schlumberger	DIPOLE dipole	POLE pole	POLE dipole
Sensitivity of the array horizontal structures	++++	++	+	++	++
Sensitivity of the array vertical structures	+	++	++++	++	+
Depth of investigation	+	++	+++	++++	+++
Horizontal data converge	+	++	+++	++++	+++
Signal Strength	++++	+++	+	++++	++

Figura 5 - Proprietà dei più comuni quadripoli.

Di recente Noel e Xu (1991) hanno studiato il numero di misure necessarie per estrarre la massima informazione dal sottosuolo, o, in termini più "tecnici", studiarono la completezza dei *data set* (Xu e Noel, 1993) e descrissero un *array* non convenzionale che conteneva dati linearmente indipendenti.

Lehmann (1995) adottò quindi la configurazione di Xu e Noel testandone le prestazioni effettive sul campo. Questi lavori hanno dimostrato che i classici quadripoli forniscono un insieme di dati incompleti, mentre altre soluzioni più vantaggiose possono offrire maggiori dettagli sulla distribuzione delle resistività nel sottosuolo.

Un'importante caratteristica delle diverse configurazioni è il rapporto segnale rumore (SNR) che dipende da diversi elementi.

Uno di questi è il fattore geometrico  $K$  che riflette la gamma di differenze di potenziale che ci si può attendere con un particolare sistema di elettrodi.

Ciò permette di realizzare un'analisi a priori sul tipo di quadripolo da utilizzare in misura. Valori elevati di  $K$  saranno quindi indice di probabile basso voltaggio. Un secondo fattore che influenza l'SNR è la posizione relativa tra elettrodi di potenziale  $M, N$  ed elettrodi di corrente  $A, B$  (Ward, 1990).

Se i primi sono interni, le tensioni tra  $M, N$  saranno quindi maggiori e si otterrà un maggiore SNR.

Per questo motivo tra le configurazioni classiche, la disposizione Wenner presenta il miglior rapporto segnale rumore rispetto, ad esempio, al dipolo-dipolo. Ancora Ward, 1990 descrive le prestazioni dei vari quadripoli rispetto alla risoluzione laterale e verticale delle eterogeneità del sottosuolo.

#### 4. Interpretazione dei dati

In relazione alle procedure di misura eseguite sul campo possono essere realizzate diverse tecniche di indagine di resistività:

- Sondaggi Elettrici Verticali e Orizzontali (SEV, SEO);
- Indagini secondo Profili o Mappe (Profiling, Mapping);
- 2D e 3D "Imaging".

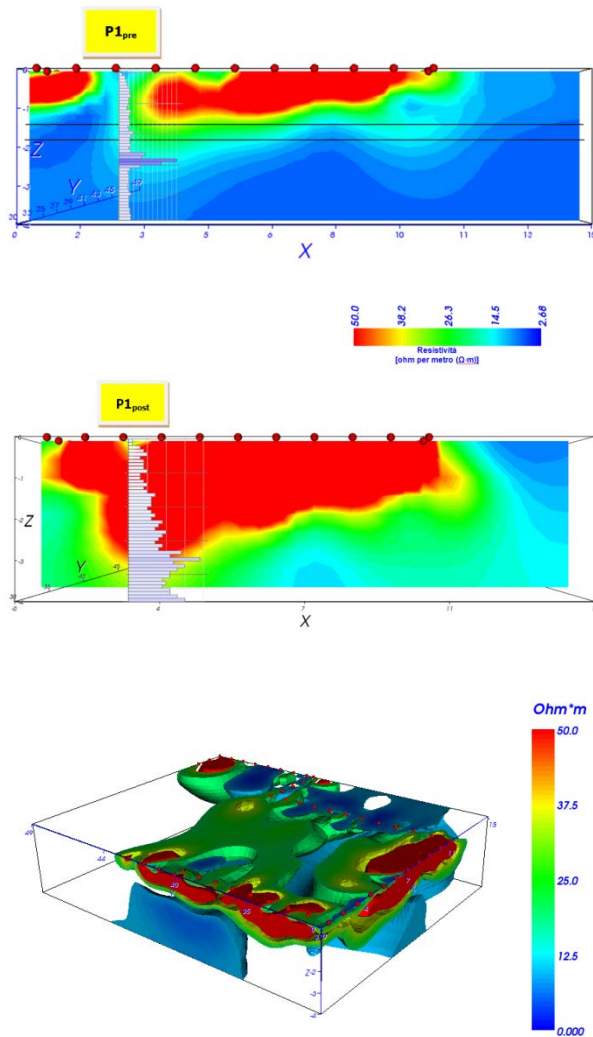
Nei sondaggi elettrici verticali, mantenendo fisso il centro del quadripolo e aumentando via via la distanza tra gli elettrodi di corrente  $AB$  aumenta la profondità d'indagine; il punto di misura viene riferito sempre al centro del quadripolo.

Nei cosiddetti sondaggi elettrici orizzontali (SEO), mantenendo fissa la distanza tra gli elettrodi e traslando l'intero quadripolo, il punto di misura risulta riferito ad una profondità d'indagine costante, ma traslato lungo la dimensione orizzontale.

Eseguendo una serie di SEO allineati si realizzano dunque dei profili di resistività, mentre una griglia ordinata di SEO consente la creazione di mappe di resistività del terreno a profondità d'indagine costante. L'applicazione di queste tecniche e il trattamento dei dati sono state ampiamente discusse

in letteratura (Gish e Rooney, 1925; Stefanescu et al., 1930; Flathe, 1955; Christensen, 1986).

La moderna concezione della prospezione elettrica vede l'utilizzo di tecniche "Tomografiche" o per "Imaging" ossia metodi attraverso i quali, a partire da un set di dati acquisito, è possibile generare immagini bidimensionali e tridimensionali della distribuzione delle resistività nel sottosuolo (fig. 6).



**Figura 6** - a,b) immagini 2D di un terreno di fondazione ante e post intervento di consolidamento con resine espandenti - c) immagine 3D per lo studio dei volumi resistivi (Geosec, 2010).

## 5. la tomografia della resistività elettrica 2D e 3D "Imaging"

La tecnica della Tomografia della Resistività Elettrica (ERT) consiste essenzialmente in due operazioni fondamentali:

- La misura della resistività;
- La ricostruzione dell'"immagine" (Imaging), ovvero la stima della distribuzione delle resistività reali, graficata in maniera opportuna ed efficace.

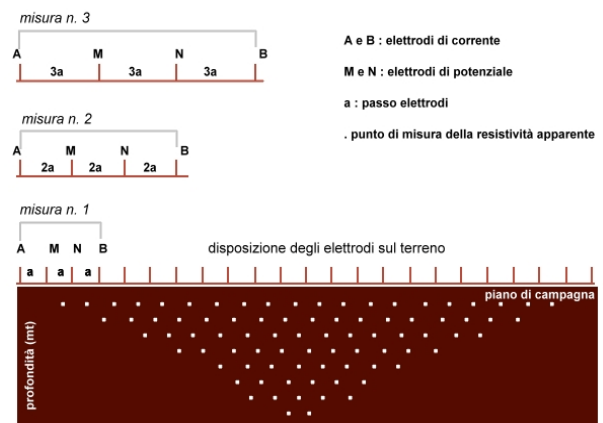
### 5.1 Acquisizione dei dati

Dal punto di vista operativo l' ERT può essere pensata banalmente come la combinazione dei SEV e SEO secondo profili e mappe.

L'avvento dei sistemi multi elettrodo ha infatti automatizzato quelle operazioni, come l'aumento della distanza tra gli elettrodi o la loro traslazione lungo un profilo rettilineo che, fino a qualche anno fa, dovevano essere eseguite ancora manualmente.

Attraverso una serie di elettrodi infissi nel terreno (12, 24, 48, 72, il limite è solo strumentale) con una spaziatura  $a$ , l'immissione della corrente e la misura del potenziale vengono commutate lungo l'allineamento aumentando automaticamente la loro distanza e variando la posizione del quadripolo utilizzato. Ad ogni aumento della spaziatura pari ad  $na$  viene realizzato il successivo "Livello" di misura.

Nelle figure 7, 8, 9 sono mostrati alcuni schemi di acquisizione tomografica 2D e 3D.



**Figura 7** – Schema di acquisizione tomografica 2D per dispositivo Wenner (Loke, 2001).

Sebbene la misura avvenga sempre tramite l'utilizzo di 4 elettrodi ABMN secondo geometrie scelte in funzione del problema, la strumentazione multicanale può consentire, se la configurazione elettrodica lo permette, la misura simultanea su più di un dipolo di potenziale. Ad ogni immissione di corrente corrisponde cioè un certo numero di misure di potenziale. Ciò si traduce in un'ulteriore velocizzazione delle misure sul campo.

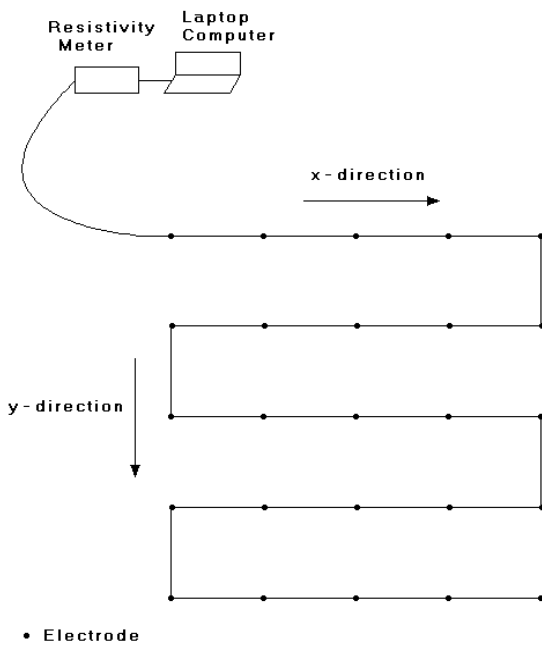
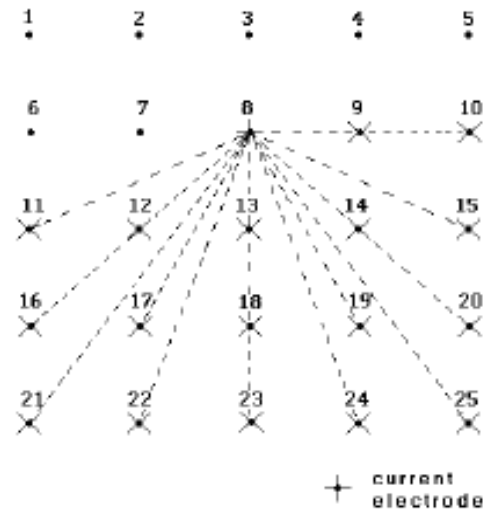


Figura 8 – Schema di acquisizione tomografica 3D (Loke, 2001).

a) - Survey to measure the complete data set



b) - Cross-diagonal survey

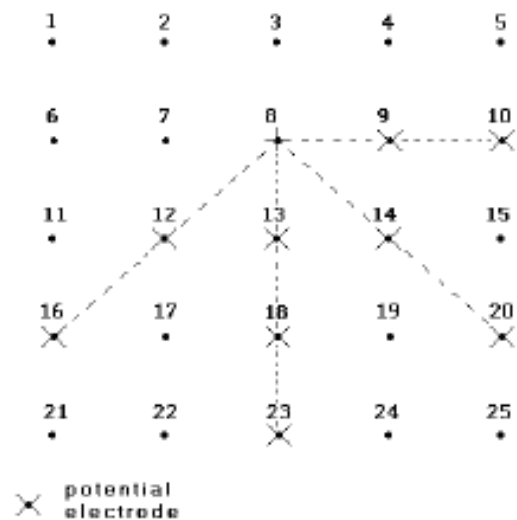


Figura 9 (a,b) – Schema di acquisizione tomografica 3D (Loke, 2004).

È d'uso graficare le centinaia od anche migliaia di valori di resistività apparenti in forma di pseudo - sezione/volume di resistività apparente in cui i valori misurati sono distribuiti convenzionalmente nello spazio, in ascissa sotto il centro del quadripolo, in ordinata in funzione della profondità d'indagine (Edwards, 1977). Il calcolo della distribuzione delle resistività reali nel sottosuolo passa attraverso la soluzione di un problema inverso.

## 5.2 Imaging Geofisico

### 5.2.1 Parametrizzazione e modellazione diretta

Un sistema fisico può essere caratterizzato a partire dalle fasi di parametrizzazione del sistema, modellazione diretta e modellazione inversa.

Parametrizzare un sistema significa trovare un insieme minimo di grandezze fisiche (i parametri del modello) i cui valori caratterizzano completamente il sistema che si vuole determinare (Tarantola, 1987). Solo alcuni parametri sono direttamente osservabili tramite misure sperimentali, altri possono essere determinati a partire dai dati misurati.

I parametri del modello e i dati sono legati da leggi fisiche che, secondo la definizione data da Menke (Menke, 1984), costituiscono lo spazio del Modello. Differenti definizioni sono state date per Modello ad esempio da Sabatier, Tarantola (Sabatier, 1987; Tarantola, 1987). La modellazione diretta consiste nel calcolare matematicamente, tramite l'applicazione di precise leggi fisiche, i valori delle grandezze fisiche misurabili a partire dai valori assegnati ai parametri del modello.

La modellazione diretta offre un grande aiuto nel dimensionamento e nell'applicazione delle tecniche geofisiche in un contesto specifico (Kampke, 1999; Mauriello et al., 1998; Seaton e Burbey, 2002).

Il calcolo dei problemi diretto e inverso è dispendioso in termini di tempo e potenza di calcolo necessaria. Di conseguenza, la ricerca si è spinta verso l'implementazione di algoritmi sempre più stabili e più efficienti in termini di costo computazionale e velocità.

### 5.2.2 Modellazione inversa

La modellazione inversa consiste nel determinare i valori dei parametri del modello utilizzando i dati ottenuti da vere misure sperimentali e ricavare una serie di informazioni riguardo, ad esempio:

la propagazione dell'errore della misura sui parametri del modello, la conoscenza dei criteri applicabili per la risoluzione di uno specifico problema inverso, la valutazione della correttezza di un modello e il confronto con più modelli possibili.

### 5.2.3 Soluzione dei problemi inversi

La notevole varietà dei casi riscontrabili nella soluzione dei problemi inversi e delle tecniche applicabili per il calcolo rendono difficoltosa una rigida classificazione. Uno schema sintetico delle tecniche adottate in relazione alle caratteristiche del problema è mostrato in Figura 10.

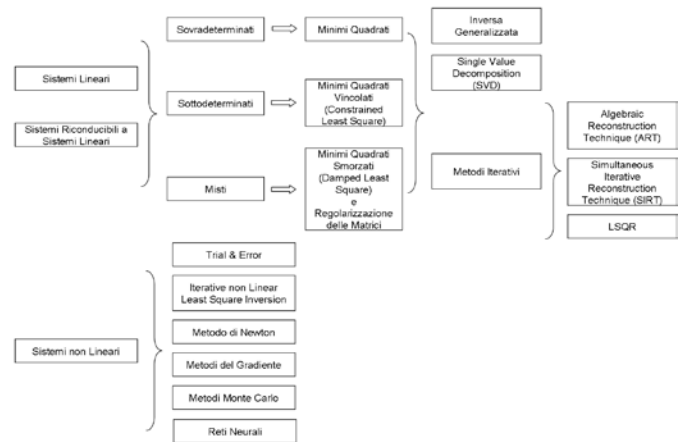


Figura 10 – Schema di sintesi dei metodi di risoluzione dei problemi inversi.

La maggior parte dei problemi che riguardano i metodi elettrici e l'ERT possono essere definiti non lineari o riconducibili a lineari. Il primo metodo per ricondurre il problema non lineare ad uno lineare fu introdotto da Gauss tramite la trasformazione di Taylor troncata al primo termine dell'operatore non lineare e in cui la matrice delle derivate parziali prende il nome di Jacobiano. La linearizzazione consente di applicare tutte le tecniche per la risoluzione dei sistemi lineari, con l'importante limite che queste non determinano la soluzione, ma solo l'ottimizzazione dei parametri di una soluzione di prova (=il punto iniziale di espansione dello sviluppo di Taylor). In un modello lineare di dimensioni finite la relazione che intercorre tra i dati sperimentali e il modello è del tipo:

$$d = Am + e \tag{44}$$

dove  $d$  è il vettore di dimensione  $N$  che contiene i dati sperimentali e  $m$  è il vettore di dimensione  $M$  che raggruppa i parametri del modello.  $A$  è la matrice che rappresenta l'operatore diretto che contiene tutte le informazioni relative alla fisica e alla matematica della particolare parametrizzazione scelta per la descrizione del problema mentre  $e$  rappresenta il vettore che contiene gli errori che sempre, in pratica, contaminano i dati sperimentali. In generale risolvere

un problema inverso significa stimare un modello  $\hat{m}$  a partire dai dati sperimentali  $d$ ; cioè:

$$\hat{m} = A^{-g} d \quad (45)$$

dove  $A^{-g}$  è la *matrice inversa generalizzata* della matrice  $A$ . La relazione tra modello stimato e modello vero si ottiene sostituendo nella 40 la 39:

$$\hat{m} = A^{-g} A m + A^{-g} e \quad (46)$$

dove il prodotto  $A^{-g} A$  viene detto *matrice di risoluzione*:

$$R = A^{-g} A \quad (47)$$

che può essere calcolata con una soluzione nel senso dei minimi quadrati. Si possono avere problemi sovra determinati ( $N > M$ ), sotto determinati ( $N < M$ ) e misti in cui alcuni parametri del modello sono sovravincolati mentre altri risultano privi di vincoli. Per un sistema sovra determinato il numero di equazioni è maggiore del numero di incognite. Non esiste una soluzione esatta, ma solo una soluzione approssimata, per esempio, nel senso dei Minimi Quadrati. Per la soluzione del sistema si definisce quindi una funzione costo nella forma:

$$\phi = \|d - Am\| = \|e\| \quad (48)$$

per la misura della *distanza* tra il dato misurato e il modello calcolato. Nei dati di resistività generalmente la misura viene realizzata tramite la norma  $L_2$  o la norma  $L_1$ <sup>3</sup>.

Per ridurre la distanza tra misure sperimentali e dati calcolati si minimizza la funzione di costo. L'approccio

ai minimi quadrati non vincolati o metodo di Gauss - Newton non si adatta bene al caso dei metodi geoelettrici dove il numero di parametri del modello può superare il numero di dati osservati risultando in un problema sotto determinato o misto.

In tal caso si ricorre alla regolarizzazione delle matrici che può avvenire al livello dei parametri e/o dei dati. Possono essere distinti metodi di regolarizzazione basati su vincoli (constrained), anche non contenuti nei dati, come l'utilizzo di informazioni attendibili "a priori", quali, ad esempio, conoscenze geologiche che limitano la scelta tra più possibili modelli fisici.

Possono anche essere utilizzate condizioni "ragionevoli" generali, come una dinamica limitata dei parametri stessi, od il passaggio graduale della proprietà fisica (nel nostro caso la resistività) da un corpo all'altro; nel primo caso si parla di metodi che utilizzano fattori di smorzamento (damped), nel secondo di smussamento (smoothed).

Possono infine essere utilizzate delle matrici peso in cui viene descritta l'influenza che un dato ha rispetto ad altri.

In un problema sotto determinato la soluzione sarà nel senso dei Minimi Quadrati Vincolati (Constrained Least Squares).

Nei problemi misti alcuni parametri del modello sono sovravincolati mentre altri risultano privi di vincoli. Nei problemi misti la soluzione è nel senso dei Minimi Quadrati Smorzati la cui funzione di costo da minimizzare sarà:

$$\phi = \|d - Am\| + \alpha \|m\| \quad (49)$$

dove  $\alpha$  è il fattore di smorzamento.

La soluzione sarà:

$$\hat{m} = (A^{-T} A + \alpha I)^{-1} A^T d \quad (50)$$

dove  $I$  rappresenta la matrice identità. Non sempre è possibile ricondurre problemi non lineari a problemi lineari. Capita infatti che a partire da un sistema non lineare la funzione di costo abbia più di un minimo.

La soluzione che si otterrebbe linearizzando sarebbe corretta da un punto di vista formale, ma distante dalla realtà.

<sup>3</sup> La norma di un vettore può essere calcolata in 2 modi: come radice quadrata della somma dei quadrati delle componenti, e si indica col simbolo  $L_2$ , o come somma dei valori assoluti delle stesse, e si indica con  $L_1$ .



Nella Figura 10 sono elencati i principali metodi di soluzione utilizzati nella soluzione dei problemi non lineari.

Tali metodi differiscono fondamentalmente per la modalità con cui operano la ricerca del minimo globale, ma in generale, non potendo invertire esplicitamente la relazione che lega i dati ai parametri del modello, sono tutte tecniche iterative che modificano via via un modello iniziale fino a che i dati sperimentali approssimano sufficientemente i dati calcolati. In queste tecniche non viene effettuata nessuna inversione analitica in quanto viene calcolato solo il problema diretto.

Nell'inversione di dati geoelettrici un importante approccio per la stabilizzazione dei minimi quadrati è stata l'inversione secondo lo schema logico "alla Occam".

L'inversione di Occam è l'applicazione della (49) al problema linearizzato, scegliendo come parametro stabilizzante, la "minima rugosità" (roughness), cioè la condizione che la resistività stimata vari con continuità da cella a cella e come modello iniziale, un semispazio elettricamente omogeneo con un opportuno valore di resistività. Constable et al. (1987) hanno applicato questo principio all'elaborazione di dati E.M. mentre deGroot Hedlin e Constable (1990) lo hanno esteso all'elaborazione 2D di dati magnetotellurici.

Tarantola (1987) ha proposto un metodo di inversione vincolato dalla matrice di covarianza in relazione perciò alla propagazione degli errori sperimentali ai parametri del modello.

Park e Van (1991) hanno proposto tale approccio per l'inversione 3D di dati di resistività. Lesur et al. (1999b) hanno migliorato l'inversione con parametri di smussamento e smorzamento aumentando la risoluzione spaziale delle immagini di resistività, ma il metodo presuppone la conoscenza a priori dei contrasti di resistività.

Maurer et al. (1998) hanno introdotto vincoli stocastici alla soluzione ai minimi quadrati. Friedel (2003) ha implementato un metodo di inversione basato su piccoli contrasti di resistività che, oltre a una stima del modello, restituisce anche misure per la risoluzione e il rumore delle immagini, nonché informazioni sull'efficacia dell'experimental design.

Il metodo utilizza una linearizzazione del problema diretto e il metodo SVD troncato per il calcolo della matrice inversa generalizzata riducendo la soggettività dei vincoli empirici. Loke e Barker (1996a, b), hanno implementato un veloce algoritmo di inversione basato sui minimi quadrati vincolati smorzati e una

tecnica di ottimizzazione detta quasi – Newton per la stima delle derivate parziali.

Li (1992), LaBrecque et al., (1995, 1996), Li e Oldenburg (2000), hanno trattato l'inversione 3D di dati elettrici. Morelli and LaBrecque (1996) hanno proposto un algoritmo basato sui minimi quadrati smorzati vincolati (LaBrecque et al., 1996) caratterizzato da un approccio robusto alla soluzione del problema che sfrutta matrici dei pesi (Mostellar and Tukey, 1977) per il trattamento del rumore dei dati durante l'inversione.

Questo algoritmo consente l'elaborazione di un set di dati acquisito con 50 elettrodi e composto da 3000 valori su una mesh di circa 100000 celle in un tempo pari a 20 - 30 minuti su un normale laptop. Le applicazioni della tomografia di resistività elettrica sono molteplici. Nel settore ambientale le applicazioni dei metodi elettrici di resistività riguardano la caratterizzazione geologica e idrogeologica del sottosuolo (Griffiths and Barker, 1993, McCarter and Desmazes, 1997, Moller e Sorensen, 1998), lo studio e il monitoraggio dei fenomeni di inquinamento (Ranieri et al. 2008), , la caratterizzazione di siti inquinati (Deidda et al., 2007), eccetera. Sono diverse le recensioni sulle applicazioni della geofisica nella ricerca archeologica (Linford, 2006, Gaffney, 2008).

Interessanti esempi sono rappresentati da Santarato et al., 2000, Ranieri et al., 2009. Nel campo ingegneristico il controllo della qualità delle opere di stabilizzazione sono oggi argomento ricorrente.

Studi in aree urbane (Santarato et al., 1998), controlli sullo stato delle fondazioni degli edifici e sullo stato dei terreni di fondazione critici, dove ad esempio si instaurano fenomeni di carsismo (Deceuster et al., 2004), sono oggi pratiche piuttosto comuni.

E' recentissima l'applicazione della tomografia elettrica 3D e in time lapse agli interventi di consolidamento mediante iniezione di resine espandenti (Fischanger et al., 2007, Rittgers et al., 2010).

La ricchissima letteratura scientifica esistente testimonia che tra le tecniche di indagine geofisiche i metodi elettrici in corrente continua sono oggi tra i più diffusi ed utilizzati in molteplici campi d'applicazione dell'ambiente, dei beni culturali e dell'ingegneria.

**Bibliografia**

- Abu Zeid N., Santarato G., 2004:** On the correspondence between resistivity and texture of loose sediments, saturated with salt water. *Near Surface Geophysics*, 2, 144-149.
- Archie G. E., 1942.** The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Petroleum Trans. AIME*, 146, 54–62.
- Binley A., Cassiani G., Middleton R., Winship P., 2002.** Vadose zone flow model parameterisation using cross-borehole radar and resistivity imaging. *J. Hydrol.* 267, 147–159.
- Carrara E., Rapolla A., Roberti N. 1992,** Le indagini geofisiche per lo studio del sottosuolo: metodi geoelettrici e sismici. Liguori. Collana Geofisica dell'ambiente e del territorio.
- Christensen N. B., 1986.** The geoelectrical sounding method: a historical review of interpretation techniques and the interpreter's evaluation of the method, in twentyfive years of geology in Aarhus. In: Moller, J.T. (Ed.), *Geological Essays, GeoSkifter* 24, Aarhus University, pp. 91–102.
- Constable S. C., Parker R. L. and Constable C. G., 1987.** Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52 (3), 289–300.
- Dahlin T., 2001.** The development of DC resistivity imaging techniques. *Computers & Geosciences*, 27, 1019–1029.
- DeGroot Hedlin C. and Constable S. C., 1990.** Occam's inversion to generate smooth two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55(12), 1613–1624.
- Deidda G. P., Loddo F., Piga C., Ranieri G., 2007.** Geophysical characterisation of an abandoned waste disposal site near an area of environmental interest. *Proceedings of 10th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Rio de Janeiro, Brazil, 19 - 23 November, 2007.*
- Deceuster J., Delgranche J., Kaufmann O., 2004.** Cross-borehole resistivity tomography below foundations in covered karst. *Near Surface Geophysics* 2004. *Extended Abstracts Book*. 4 pp.
- Edwards, L.S., 1977,** A modified pseudosection for resistivity and IP. *Geophysics*, 42, 1020-1036.
- Fischanger, F., Morelli, G., LaBrecque, D. and Occhi, M. 2007.** Monitoring resin injections with 3d Electrical Resistivity Tomography (ERT) using surface and multi-borehole electrode arrays. *Proceedings of Symposium on the Application of Geophysics to Environmental and Engineering, Problems (SAGEEP), Denver, Colorado (USA), April 1-5, 2007, 1226-1233.*
- Flathe H., 1955.** A practical method of calculating geoelectrical model graphs for horizontally stratified media. *Geophysical Prospecting* 3 (3), 268–294.
- Friedel S., 2003.** Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach. *Geophys. J., Int.* 153, 305–316.
- Fukue M., Minatoa T., Horibe H., Taya N., 1999.** The microstructure of clay given by resistivity measurements. *Eng. Geol.* 54, 43–53.
- Gaffney C., 2008.** Detecting trends in the prediction of the buried past: a review of geophysical techniques in archaeology. *Archaeometry* 50, 2, 313–336.
- Giao P.H., Chung S.G., Kim D.Y., Tanaka H., 2003.** Electric imaging and laboratory resistivity testing for geotechnical investigation of Pusan clay deposits. *J. Appl. Geophys.* 52, 157–175.
- Gish, O.H., Rooney, W.J., 1925.** Measurement of resistivity of large masses of undisturbed earth. *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity* 30 (4), 161–188.
- Goyal V.C., Gupta P.K., Seth P.K., Singh V.N., 1996.** Estimation of temporal changes in soil moisture using resistivity method. *Hydrol. Process.* 10, 1147–1154.
- Griffiths D. H. and Barker R. D., 1993.** Two-dimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology. *J. Appl. Geophys.*, 29, 211–226.
- Gupta S.C., Hanks R.J., 1972.** Influence of water content on electrical conductivity of the soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 36, 855–857.
- Kalinski R.J., Kelly W.E., 1993.** Estimating Water Content of soils from electrical resistivity. *Geotech. Test. J.* 16, 323–329.
- Kampke A., 1999.** Focused imaging of electrical resistivity data in archaeological prospecting. *J. Appl. Geophys.* 41, 117–215.
- Keller G. V. and Frischknecht F. C., 1966.** *Electrical methods in geophysical prospecting.* Pergamo Press Inc., Oxford.
- LaBrecque, D.J., Morelli, G., Daily, B., Ramirez, A., Lundegard, P., 1995,** Occam's inversion of 3-D ERT data, in *Three-Dimensional Electromagnetics*, Schlumberger-Doll Research, Spies, B., ed. Ridgefield, CT.
- LaBrecque D. J., Miletto M., Daily W., Ramirez A., Owen E., 1996.** The effect of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data. *Geophysics*, 61 (2), 538–548.
- Lehmann H., 1995.** Potential representation by independent configurations on a multielectrode array. *Geophys. J. Internat.*, 120, 331–338.

- Lesur V., Cuer M. and Straub A., 1999b.** 2-D and 3-D interpretation of electrical tomography measurements, Part 2: The inverse problem. *Geophysics*, 64(2), 396–402.
- Li Y., 1992.** Inversion of three-dimensional direct current resistivity data. Ph.D. Dissertation, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, 165.
- Li Y., Oldenburg D.W., 2000.** 3D inversion of induced polarization data. *Geophysics*, 65, 1931-1945.
- Linford N., 2006.** The application of geophysical methods to archaeological prospection. *Rep. Prog. Phys.*, 69, 2205–2257.
- Loke M. H., 2001.** Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys. Course Notes for USGS Workshop 2-D and 3-D Inversion and Modeling of Surface and Borehole Resistivity Data, Torrs, CT.
- Loke M. H. and Barker R. D., 1996a.** Practical techniques for 3D resistivity surveys and data inversion. *Geophys. Prospect.*, 44, 499–523.
- Loke M. H. and Barker R. D., 1996b.** Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. *Geophys. Prospect.*, 44, 131–152.
- Mauriello P., Monna D., Patella D., 1998.** 3D geoelectric tomography and archaeological applications. *Geophys. Prospect.* 46, 543–570.
- McCarter W. J., 1984.** The electrical resistivity characteristics of compacted clays. *Geotechnique* 34, 263–267.
- McCarter, W.J. and Desmazes, P., 1997,** Soil Characterization using Electrical Measurements. *Geotechnique*, Vol. 47, No.1, pp. 179-183;
- Menke W., 1984.** *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory.* Academic Press, Orlando, FL.
- Michot D., Dorigny A., Benderitter Y., 2000.** Mise en évidence par résistivité électrique des écoulements préférentiels et de l'asse`-chement par le maî's d'un calcosol de Beauce irrigué. *C.R. Acad. Sci.* 332, 29–36.
- Moller I., Sorensen K. I., 1998.** A new approach for fast 2-D geoelectrical mapping of near-surface structures. *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 2 (3), 247–261.
- Morelli, G., LaBrecque, D.J., 1996,** Advances in ERT inverse modeling, *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 1, 171-186.
- Mostellar F. and Tukey J.W., 1977.** *Data Analysis and regression.* Addison-Wesley Publishing Company, New York, pp. 365-369.
- Park S. K. and Van G. P., 1991.** Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes. *Geophysics*, 56 (7), 951–960.
- Ranieri G., Deidda G.P., Loddò F., Piga C., Casas A., 2008.** Geophysical characterization of hazardous industrial and urban waste sites. Proceedings of the 1st International Conference of Hazardous Waste Management. Chania, Crete, Greece, 1-3 October, 2008.
- Ranieri G., Loddò F., Godio A., Stocco S., Capizzi P., Messina P., Savini A., Bruno V., Cau M.A., Orfila M., 2009.** Reconstruction of archaeological features in the Mediterranean coastal environment by means of non-invasive techniques and digital museums. Proceedings of the 37th CAA (Computer Application and Quantitative methods in Archaeology) international meeting. Williamsbourg – Virginia (USA) March 22-26, 2009. Selected paper in BAR –S2079, 2010 Making History Interactive. Computer Applications and Quantitative Methods in Archaeology (CAA) edited by Bernard Frischer, Jane Webb Crawford and David Koller. Archaeopress: Oxford, 2010. ISBN 978 1 4073 0556 1, pp 329-336.
- Rittgers, J.B., Sirles, P., Morelli, G. and Occhi, M., 2010.** Case history: Monitoring resin injections with the aid of 4D geophysics. Proceedings of Symposium on the Application of Geophysics to Environmental and Engineering Problems (SAGEEP), Keystone, Colorado (USA), April 11-15, 2010, 379-390.
- Rhoades J. D., Raats P. A. C., Prather R. J., 1976b.** Effect of liquid phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity. *Soil Sci. Soci. Am. J.* 40, 651–655.
- Sabatier P. C., 1987.** Basic concept and methods of inverse problems, in basic methods of tomography and inverse problems ed. P.C. Sabatier.
- Santarato G., Dondi M., Vaccaro C., 2000.** Valutazione del degrado di cortine murarie in cotto mediante indagini di tomografia elettrica integrate con dati mineralogico-petrografici. In: Laterizi e terrecotte architettoniche: la conoscenza per la conservazione. University Press, Bologna, 79–83.
- Santarato, G., Nasser, A., Chiara, P., 1998.** Prospezioni geofisiche in area urbana. *Geologia Tecnica e Ambiente* 4/98, 43– 52.
- Schlumberg, 1989.** *Log Interpretation Charts.* Well Science, Houston.
- Seaton W. J., Burbey T. J., 2002.** Evaluation of two-dimensional resistivity methods in a fractured crystalline-rock terrane. *J. Appl. Geophys.* 51, 21–41.
- Spiegel R. J., Sturdivant V. R., and Owen T. E., 1980.** Modeling resistivity anomalies from localized voids under irregular terrain. *Geophysics*, 45, 1164-1183.





SEDE: Via Giuseppe Di Vittorio 41/B  
Lemignano di Collecchio 43044 (Parma)

Tel: 0521 339323 - Fax: 0521 804772  
info@geosec.it



[www.geosec.it](http://www.geosec.it)